Modélisation et prévision du nombre de postes en sections CNU 25 et 26

Stéphane Cordier (Univ. Orléans), Olivier Garet (Univ. Orléans),
Céline Grandmont (Univ. Dauphine), Michaël Gutnic (Univ. Strasbourg),
Véronique Hédou-Rouillier (Univ. Compiègne), Olivier Mazet (INSA Lyon),
Eric Paturel (Univ. Dauphine), Alain Prignet (Univ. Orléans).
Opération postes
URL: http://postes.emath.fr

13 novembre 2001

Résumé

On entend dire que bientôt, il y aura beaucoup de départs en retraite à l'université. Le but de cet article est de présenter un modèle simple visant à quantifier cette assertion, en ce qui concerne les mathématiques (sections CNU 25 et 26).

Cet article est disponible sur le site de l'opération que nous vous invitons à consulter. Pour toute remarque, vous pouvez nous écrire à postes@emath.fr.

1 Introduction

Le but de ce travail est de présenter un premier modèle prévisionnel très simplifié concernant le nombre de postes aux concours de maître de conférences et professeurs en section CNU 25 et 26 pour les années à venir. Il s'agit en effet d'une donnée importante qui est réclamée en vain au ministère - qui a pourtant, semble-t-il, un service chargé de ces études mais qui ne diffuse pas d'informations. Des appels en ce sens ont, par exemple, été lancés par la Guilde des Doctorants en 1999, et, précédemment, par les auteurs du rapport HotDocs en 1996 [1].

Nous pensons que le principal paramètre déterminant le nombre de postes est celui des départs en retraite des années antérieures et nous disposons, grâce à Edwige Godlewski, de la MSU, de la pyramide des âges des sections 25 et 26 au premier janvier 1999 et au premier janvier 2001. Nous avons également décidé de traiter les deux sections comme une seule, en raison du nombre important de postes affichés dans les deux sections, et pour avoir un échantillon statistique plus représentatif.

Nous ne distinguerons pas les postes suivant le fait qu'ils soient occupés par un homme ou une femme, bien que la situation soit très déséquilibrée — déséquilibre bien plus important au niveau professeur (PR) que maître de conférence (MC) ou Assistant (AS). Voici quelques chiffres (les âges étant dans toute la suite des nombres entiers exprimés en année):

Variable	Nombre	Moyenne	Médiane	Ecart Type	Minimum	Maximum
AS (homme)	107	55,7	55,0	3,9	46	67
AS (femme)	56	54,0	53,0	3,6	45	64
MC (homme)	1500	44,2	44,0	10,4	26	66
MC (femme)	553	45,0	46,0	10,6	26	65
PR (homme)	1003	50,2	51,0	7,9	29	68
PR (femme)	119	51,1	52,0	6,9	33	68

L'objectif de ce travail est avant tout d'essayer de faire des prévisions sur le nombre total de postes aux concours en section 25 et 26. Nous ne rentrerons donc pas dans une discussion sur les thématiques “porteuses" susceptibles d'être bien dotées, car nous n'avons pas vocation à faire de la politique — même scientifique — mais à informer les candidats actuels et futurs de ce qui peut les attendre.

Cet article est organisé (comme un vrai !) de la façon suivante : dans une première partie (section 2), nous présentons les hypothèses et le modèle utilisé. La deuxième partie (section 3) est consacrée aux résultats numériques pour les 20 prochaines années, et la troisième partie (section 4) à l'analyse du comportement limite du modèle.

2 Modélisation

2.1 Notations et hypothèses

On connaît avec précision les effectifs des différentes classes d'âge, par section, sexe et fonction pour les années 1999 et 2001. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Il n'y a plus de création de postes d'assistants, et chaque départ en retraite d'assistant entraîne automatiquement l'ouverture d'un poste de maître de conférence.
- Tous les départs à la retraite sont remplacés, il n'y a pas de création de postes ni de redéploiement dans d'autres disciplines (ces hypothèses sont évidemment très simplificatrices, mais nous supposons que les effets des créations et des redéploiements se compensent).
- On suppose que, parmi les recrutés PR, un pourcentage fixe (disons 50 %) est issu des MC, le reste provenant d'autres organismes (CNRS, étrangers...). Les recrutés sont répartis (en âge) entre 28 et 49 ans.
- Il y a un pourcentage fixe de mutations PR (de 15 à 25% voir analyse dans le matapli numéro 65). Le nombre de mutations en MC est pour le moment négligeable.

- Les nouveaux recrutés MC sont répartis (en âge) entre 22 et 33 ans. De fait, la répartition des âges des nouveaux recrutés est sans influence sur le nombre de postes dans un futur proche (20, 25 ans). On a retenu dans cette étude, sans chercher à optimiser le choix des paramètres, une discrétisation d'une loi gaussienne (la translatée d'une binômiale, en fait).
- On ne tient pas compte des décès en activité, des démissions ...

Ainsi, chaque poste est dans un des états possibles suivants:

- L'état "à pourvoir" si son possesseur effectue sa dernière année ou n'a pas été remplacé.
- L'âge de son propriétaire, sinon.

Un poste ne peut changer d'état qu'à la fin de chaque année — la variable t est donc un nombre entier — de la manière suivante.

- On peut passer de l'état "n" à "n+1" (sauf à la limite d'âge).
- On peut passer de l'état "n" à "à pourvoir" (en cas de départ à la retraite)
- On peut passer de l'état "à pourvoir" à l'état "j" (recrutement d'un MC d'âge "j").
- On peut passer de l'état "à pourvoir" à l'état "à pourvoir": c'est ce qui se passe quand le poste n'est pas pourvu *ou est pourvu par mutation*, ce qui ne change pas la pyramide (la distribution) des âges.

En toute rigueur, d'après notre prise en compte des mutations, il ne s'agit pas vraiment de l'état d'un poste (géographiquement défini), mais plutôt celui d'un numéro (fictif) de fonctionnaire, en imaginant qu'on attribue au nouveau recruté le numéro de son prédécesseur.

Dans chaque catégorie d'emploi (soit MC, soit PR), on note $u(t)$ le vecteur ligne à $n+1$ composantes décrivant, au temps t:

- pour les composantes $u_i(t)$, $1 \leq i \leq n$, la proportion des postes dans l'état i.
- pour la composante $n+1$, la proportion des postes dans l'état "à pourvoir".

La distribution des états au temps t est alors donnée par

$$u(t) = u(0) \times M^t.$$

où la matrice de transition s'écrit

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1-d_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & d_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1-d_{n-1} & d_{n-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & d_n = 1 \\ (1-m)r_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & (1-m)r_n & m \end{pmatrix}.$$

m est la proportion de postes mis au mouvement pourvus par mutation ou non pourvus. $(d_1, \ldots, d_n)$ est le vecteur des taux de départs et $(r_1, \ldots, r_n)$ est la répartition des âges des recrutés. Seuls les derniers coefficients du vecteur d sont non nuls. Nous avons donc 2 matrices de transition, une pour les MC, une pour les PR.

Remarque. Ici on considère que la matrice de transition MC (en particulier le vecteur d) est indépendante du nombre de postes de professeurs mis au concours et donc indépendante de t. Cette hypothèse est justifiée par le fait que si un maître de conférence (de 40 ans par exemple) est promu professeur et est remplacé, l'année d'après, par un maître de conférence (agé de 30 ans par exemple) cela n'aura que très peu d'influence sur le nombre de départs en retraite des prochaines années.

Évidemment, pour notre problème, seule la dernière coordonnée de $u(t)$ comporte un intérêt. En multipliant ce dernier nombre par le nombre total N_i de postes dans un rang donné i ($i \in \{A; B\}$), on obtient le nombre $R_i(t)$ de postes à pourvoir suite à départ en retraite ou mutation. Si on note par $C_i(t)$ le nombre de postes mis aux concours, on a les équations

$$\left\{ \begin{array}{lcl} C_A(t) & = & R_A(t) \\ C_B(t) & = & R_B(t) + qR_A(t-1) \end{array} \right.$$

où q est la proportion de postes de Professeurs d'Université mis au concours qui sont pourvus par des maîtres de conférence.

Il est clair que ces hypothèses sont toutes très simplificatrices. Il est néanmoins raisonnable de croire qu'elles sont vérifiées en temps petit, et que les résultats obtenus avec ce modèle sont relativement valides pour les 20 années à venir. En fait la principale propriété de ce modèle est l'invariance du nombre total de postes : on suppose que les départs en retraite sont remplacés et que les autres phénomènes (création, redéploiements . . .) se compensent.

Sous cette hypothèse, si on note $N_i(t) \equiv N_i$ le nombre d'emplois dans un rang donné i ($i \in \{A; B\}$), on peut considérer que la probabilité qu'un emploi donné choisi au hasard soit à pourvoir pour cause de départ en retraite est $p(t) = \frac{R_i(t)}{N_i} = u_{n+1}(t)$. Ainsi, on peut considérer que l'état d'un poste au cours des années est une réalisation d'une chaîne de Markov déterminée par les taux de départ en retraite pour chaque âge, la répartition des âges des recrutés et le taux de mutation. La matrice de transition de la chaîne de Markov dans un rang donné est M.

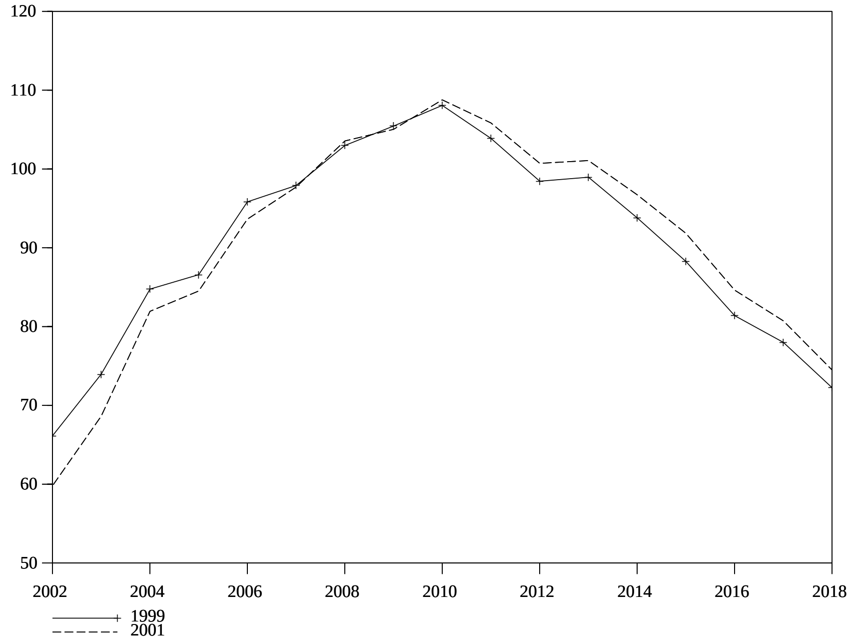
3 Résultats numériques

En comparant les pyramides des âges au 1/1/1999 et au 1/1/2001, on obtient une estimation empirique des taux de départ en retraite, que l'on lisse ensuite "à la main". Le tableau suivant donne les coefficients non nuls des vecteurs d:

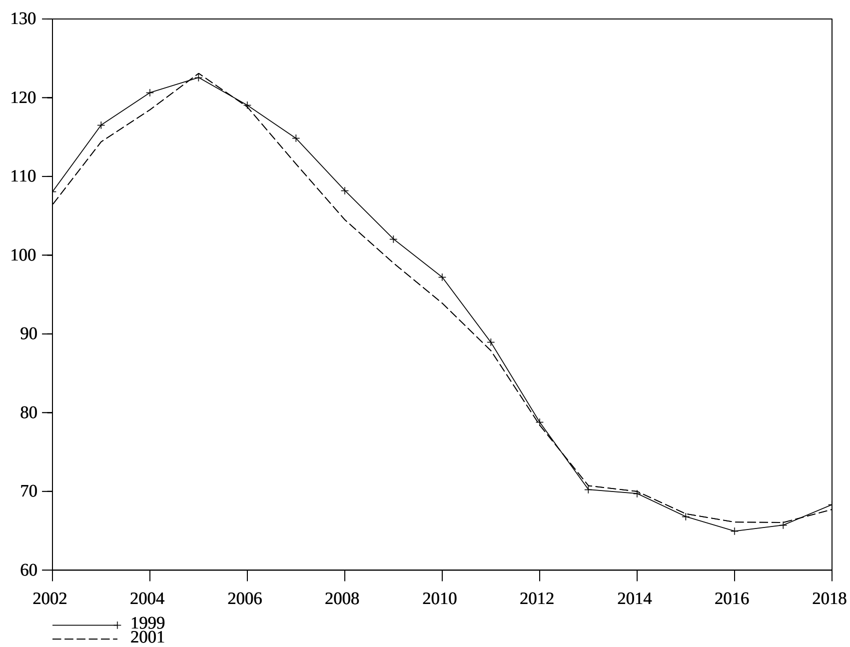
Age	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
PR	0.01	0.01	0.01	0.02	0.23	0.14	0.15	0.10	0.30	0.30	0.30	1	1	1
MCF	0.05	0.05	0.18	0.22	0.22	0.22	0.22	0.20	0.70	1	1	1	1	1

Les résultats des simulations sont alors les suivants (obtenus à partir des pyramides 1999 et 2001) pour

$q = 50\%$:



Professeurs



Maîtres de conférences

4 États d'équilibre du système

Bien que les hypothèses faites cessent d'être valables en temps grand, nous allons, à titre indicatif, présenter les propriétés asymptotiques du modèle.

Les mesures invariantes pour une chaîne de Markov correspondent aux vecteurs propres à gauche de M pour la valeur 1 dont les coordonnées sont positives et dont la somme fait 1.

Il est aisé de constater, en observant les transitions de la chaîne, que tout état peut s'obtenir en partant de n'importe quel autre en ne faisant que des changements d'états dotés d'une probabilité strictement positive. On dit alors que la chaîne de Markov est irréductible. De plus, la chaîne est aussi apériodique. (Se référer à Billingsley [2] ou Neveu [3] pour une définition précise).

Comme l'espace des états est fini, cela suffit à assurer (Voir Billingsley [2] ou Neveu [3] pour les preuves)

- l'existence d'une unique mesure invariante.
- la convergence à vitesse exponentielle de la chaîne de Markov vers cette mesure. En d'autres termes, il existe $\rho < 1$ et un vecteur u_∞ tel que $\|u_t - u_\infty\| \leq \|u_0 - u_\infty\|\rho^t$. La valeur de ρ dépend bien sûr de la norme choisie, mais pour tout ρ strictement supérieur au plus gros module des valeurs propres de M différentes de 1, il existe une norme qui convient.

Cela implique que la distribution limite u_∞ ne dépend pas de la condition initiale.

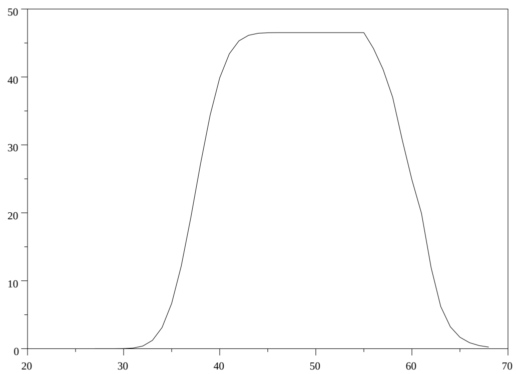
D'un point de vue algébrique, les valeurs propres de M autres que 1 sont toutes de module strictement inférieur à un et l'espace propre à gauche associé à la valeur propre 1 est de dimension 1.

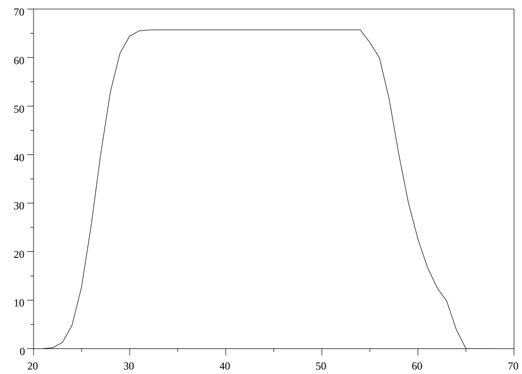
Nous calculons cette distribution limite grâce à la fonction Scilab **eigenmarkov**. Cette fonction renvoie une matrice dont les colonnes sont des vecteurs de probabilités qui forment une base de l'espace propre à gauche associé à la valeur propre 1. L'ensemble des mesures de probabilités invariantes par la chaîne de Markov est l'ensemble des combinaisons convexes des vecteurs obtenus. Ici, la matrice est réduite à une colonne.

Si on multiplie la dernière composante de u_∞ par N_i on obtient le nombre "limite" de postes mis au concours, les autres composantes de u_∞ correspondent à la répartition de ceux qui ne prétendent pas à la retraite.

A l'équilibre, il y a 62 postes de professeurs à pourvoir chaque année. Les autres postes se répartissent suivant la pyramide suivante (à gauche).

A l'équilibre, il y a 66 postes de maître de conférences à pourvoir suite à départ en retraite, soit au total $66 + 0.5 * 62 = 97$ postes au concours. Les autres postes se répartissent suivant la pyramide suivante (à droite).





Il y a, on l'a dit, convergence exponentielle vers la loi stationnaire, mais le plus grand module d'une valeur propre différente de 1 est

- $\rho = 0.982$ pour les professeurs.
- $\rho = 0.995$ pour les maîtres de conférences.

La convergence vers l'état d'équilibre est donc plutôt lente à l'échelle humaine.

References

[1] Guilde des doctorants . Voir le serveur web http://garp.univ-bpclermont.fr/guilde/

[2] P. BILLINGSLEY. *Probability and Measure*. Wiley, 1986.

[3] J. NEVEU. *Cours de Probabilités de l'École Polytechnique*. 1975.

[4] J. MONNIER. *Analyse des recrutements de professeurs et maîtres de conférences*. Matapli n^{o} 65, avril 2001.